

DINÁMICA II

Cuando se golpea una pelota de golf en el campo de juego, una gran fuerza \vec{F} actúa sobre la pelota durante un corto intervalo de tiempo Δt , haciendo que ésta se acelere desde el reposo hasta una velocidad final. Es en extremo difícil medir tanto la fuerza como la duración de su acción; pero el producto de ambas $\vec{F} \cdot \Delta t$ puede calcularse en función del cambio de velocidad resultante de la pelota de golf. A partir de la segunda ley de Newton, sabemos que

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

usando la definición de aceleración

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Multiplicando por Δt se obtiene:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot (\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

de donde se tiene

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_f - m \cdot \vec{v}_i$$

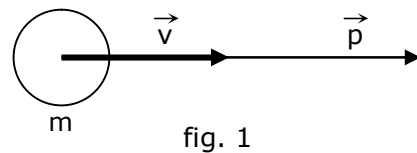
A partir de esta relación definiremos momentum lineal e impulso:

Momentum Lineal o Cantidad de Movimiento se define mediante la siguiente expresión:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

El momentum lineal \vec{p} es una cantidad vectorial, de igual dirección y mismo sentido que el vector velocidad v , como

muestra la figura 1, donde se observa el momentum y la velocidad de una masa m . Por la definición en el SI la unidad de medida del momentum lineal es $\text{kg} \cdot \text{m/s}$.



Impulso \vec{I} se define mediante la expresión:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Es decir el impulso se debe entender como una fuerza que se ejerce durante un intervalo de tiempo.

Observemos en la figura 2, que \vec{I} es un **vector que tiene la misma dirección y el mismo sentido que \vec{F}** . De la definición se observa que en el SI la unidad de medida del impulso es $\text{N} \cdot \text{s}$.

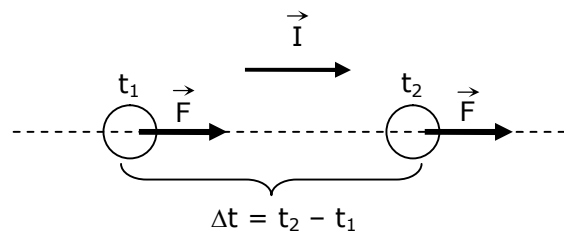


fig. 2

Relación entre Impulso y Momentum Lineal

En la figura 3 un cuerpo de masa m , se mueve con una velocidad \vec{v}_1 . Si una fuerza \vec{F} , constante, actúa sobre el cuerpo durante un intervalo de tiempo Δt . Observaremos que su velocidad sufrirá una variación, pasando a ser \vec{v}_2 al final del intervalo.

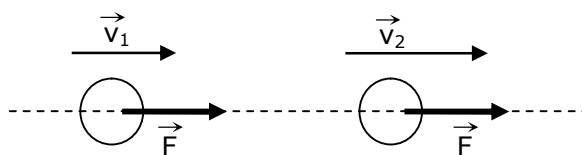


fig. 3

A partir de las definiciones anteriores en la siguiente relación:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1$$

se observa:

$\vec{F} \cdot \Delta t$ Representa el impulso \vec{I} que recibió el cuerpo.

$m \cdot \vec{v}_2$ representa la cantidad de movimiento del cuerpo, al final del intervalo Δt , es decir \vec{p}_2

$m \cdot \vec{v}_1$ representa la cantidad de movimiento del cuerpo, al inicio del intervalo Δt , es decir \vec{p}_1

lo que implica

$$\vec{I} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{P}$$

Esta es la relación que existe entre el impulso y el momentum, es decir, el impulso es el responsable de la variación en el momentum del cuerpo.

Fuerzas internas y externas

Las fuerzas que actúan en un sistema de partículas se pueden clasificar en internas y externas. Si una partícula del sistema ejerce una fuerza sobre otra que también pertenece al sistema, aquella será una fuerza interna. Por otra parte, si la fuerza que actúa sobre una partícula del sistema fuese ejercida por un agente que no pertenece al sistema, se tratará entonces de una fuerza externa.

Las fuerzas internas pueden producir variaciones en las cantidades de movimiento de partículas de un sistema, pero no producen variación en la cantidad de movimiento del sistema.

Choques en una dimensión

Choques elásticos e inelásticos: una colisión es **elástica** cuando los cuerpos que chocan no sufren deformaciones permanentes durante el impacto o cuando se conserva la energía cinética. Dos bolas de billar, por ejemplo, experimentan choques que se pueden considerar elásticos.

En caso contrario si los cuerpos quedan deformados debido a la colisión, estamos en presencia de un choque **inelástico** y no se conserva la energía cinética.

Cuando los cuerpos que chocan continúan pegados, después del choque, se habla de choque totalmente inelástico.

Principio de conservación del momentum lineal en los choques

En los casos que no existen fuerzas externas que actúen sobre los cuerpos que chocan, la cantidad de movimiento del sistema se conserva, si sobre él sólo actúan fuerzas internas.

Por lo tanto la cantidad de movimiento de un sistema de cuerpos que chocan, inmediatamente antes de la colisión, es igual a la cantidad de movimiento, inmediatamente después del choque.

En la figura 4 vemos un ejemplo de un choque elástico, para explicar la conservación de momentum.

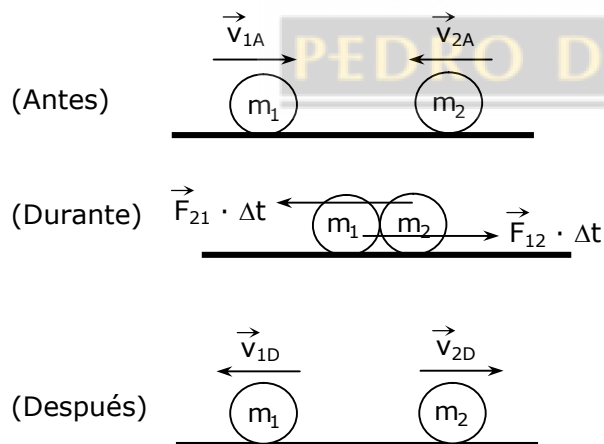


fig. 4

Consideremos una colisión directa entre las masas m_1 y m_2 , como lo muestra la figura 4.

Suponga que las superficies están libres de fricción. Indicamos sus velocidades antes del impacto \vec{v}_{1A} y \vec{v}_{2A} ; y después del impacto como \vec{v}_{1D} y \vec{v}_{2D} . El impulso

de la fuerza F_{12} que actúa sobre la masa de la derecha es

$$\vec{F}_{12} \cdot \Delta t = m_2 \cdot \vec{v}_{2D} - m_2 \cdot \vec{v}_{2A}$$

En forma similar, el impulso de la fuerza \vec{F}_{21} sobre la masa de la izquierda es

$$\vec{F}_{21} \cdot \Delta t = m_1 \cdot \vec{v}_{1D} - m_1 \cdot \vec{v}_{1A}$$

Durante el intervalo de tiempo Δt , $\vec{I}_{12} = -\vec{I}_{21}$, de modo que

$$-\vec{F}_{21} \cdot \Delta t = \vec{F}_{12} \cdot \Delta t$$

O bien,

$$m_1 \cdot \vec{v}_{1A} - m_1 \cdot \vec{v}_{1D} = m_2 \cdot \vec{v}_{2D} - m_2 \cdot \vec{v}_{2A}$$

Y, finalmente, reagrupando los términos

$$\underbrace{m_1 \cdot \vec{v}_{1A} + m_2 \cdot \vec{v}_{2A}}_{\vec{P}_{\text{SISTEMA(ANTES)}}} = \underbrace{m_1 \cdot \vec{v}_{1D} + m_2 \cdot \vec{v}_{2D}}_{\vec{P}_{\text{SISTEMA(DESPUÉS)}}$$

EJEMPLOS

1. Un cuerpo de 20 kg se mueve con MRU, avanzando 40 m en 5 s. La cantidad de movimiento del cuerpo, en $\text{kg} \cdot \text{m/s}$, es
 - A) 200.
 - B) 160.
 - C) 20.
 - D) 8.
 - E) 10/8.

2. Un vehículo de 2 toneladas se mueve hacia el sur a 5 m/s. Al mismo tiempo un hombre viaja en bicicleta a 10 m/s, hacia el norte. Si las masas respectivas de la persona y la bicicleta son 70 kg y 10 kg, entonces el módulo de la cantidad de movimiento del sistema es
 - A) 10.700 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$
 - B) 10.000 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$
 - C) 9.300 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$
 - D) 9.200 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$
 - E) 200 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$

3. Un tren de M_1 toneladas se mueve con rapidez de 20 m/s. Al interior del tren solo viaja una persona. Esta persona de masa M_2 kg corre a 2 m/s con sentido opuesto al movimiento del tren. De acuerdo a los datos entregados el momentum del sistema es
 - A) $20.000 \cdot M_1 + 18 \cdot M_2$
 - B) $20.000 \cdot M_1 - 2 \cdot M_2$
 - C) $20 \cdot M_1 - 18 \cdot M_2$
 - D) $20.000 \cdot M_1 - 18 \cdot M_2$
 - E) $20.000 \cdot M_1 + 22 \cdot M_2$

4. Una pelota de 500 g cayó libremente desde los 20 m de altura. El impulso total que recibió en su caída fue de
 - A) 5 N·s
 - B) 10 N·s
 - C) 20 N·s
 - D) 100 N·s
 - E) 10.000 N·s

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

Use $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$, a menos que se especifique otro valor.

1. Una bala de 80 g se mueve verticalmente hacia arriba, en cierto instante su rapidez es de 100 m/s al mismo tiempo que un elefante de 1 tonelada se mueve horizontalmente a 2 m/s. Respecto a la situación descrita se afirma que

- I) la bala tiene mayor momentum que el elefante.
- II) El elefante tiene momentum horizontal y la bala tiene momentum vertical.
- III) el momentum resultante del sistema formado por la bala y el elefante, tiene sentido horizontal.

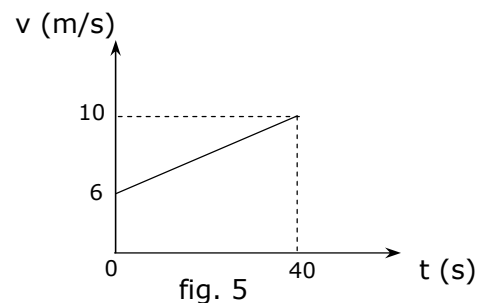
Es (son) correcta(s)

- A) solo I.
- B) solo II.
- C) solo III.
- D) solo I y II.
- E) solo II y III.

PREUNIVERSITARIO

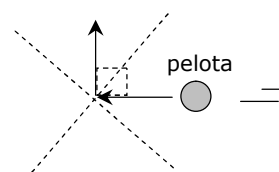
2. Un pequeño móvil de 4 kg se está desplazando en línea recta. El comportamiento de la rapidez del móvil versus el tiempo, se muestra en el gráfico de la figura 5. De acuerdo a los datos entregados, el impulso que recibió el móvil hasta los 40 s fue

- A) 320 N·s
- B) 160 N·s
- C) 64 N·s
- D) 40 N·s
- E) 16 N·s



3. Una pelota de tenis es golpeada de tal forma que, debido al golpe, sale en dirección perpendicular a su dirección inicial, ver figura 6. Es correcto afirmar que el impulso que recibió la pelota tiene la dirección y sentido indicado en

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)



4. Dos pequeños autitos A y B están viajando por el mismo camino en sentido opuesto y acercándose entre ellos. A y B son de 1 kg cada uno, A se mueve a 22 m/s y B a 12 m/s. Al mismo tiempo que los autitos se mueven, una bola de 500 g está cayendo libremente. A los 2 s de haber soltado la bola es correcto que la magnitud, dirección y sentido del momentum del sistema, kg·m/s, son los que aparecen en

- A) 10 ↓
 B) $10\sqrt{2}$ ↘
 C) 44 →
 D) 20 ↓
 E) 100 ↘

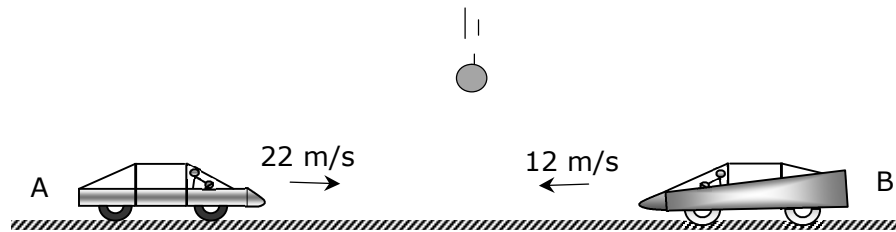


fig. 7

5. Un cuerpo A avanza con rapidez V_A por un camino rectilíneo, sin roce. Al mismo tiempo un cuerpo B cae libremente, ver figura 8. El cuerpo B cae justo encima de A y continúan viajando juntos después de esto. Si las masas de A y B son de $3M/4$ cada una, es correcto afirmar que después del choque

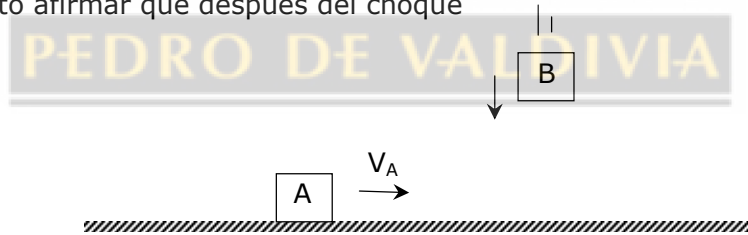


fig. 8

- A) el momentum horizontal del sistema cambió.
 B) los cuerpos viajan con rapidez V_A .
 C) los cuerpos viajan con rapidez $V_A/2$.
 D) los cuerpos no se mueven.
 E) se conserva el momentum vertical.
6. Un tren avanza a 20 m/s, al mismo tiempo una persona de 60 kg se está desplazando en su interior pero con sentido opuesto. Si la persona se mueve a 2 m/s respecto al tren, ¿cuál es el momentum de ella respecto a un auto que está detenido y cerca de la vía del tren?

- A) 1.320 kg · m/s
 B) 1.200 kg · m/s
 C) 1.080 kg · m/s
 D) 600 kg · m/s
 E) 120 kg · m/s

7. Respecto al momentum y al impulso se afirma que

- I) el producto entre la masa y la velocidad es un vector.
- II) siempre el impulso tiene la dirección del momentum.
- III) el cociente entre el impulso y el tiempo es una magnitud vectorial.

Es (son) verdadera(s)

- A) solo I.
- B) solo II.
- C) solo III.
- D) solo I y III.
- E) I, II y III.

8. El gráfico de la figura 9 muestra como varió el momentum de un cuerpo que se mueve en trayectoria rectilínea. Si la masa del cuerpo es constante, el gráfico que representa la fuerza neta sobre el cuerpo, en función del tiempo es:

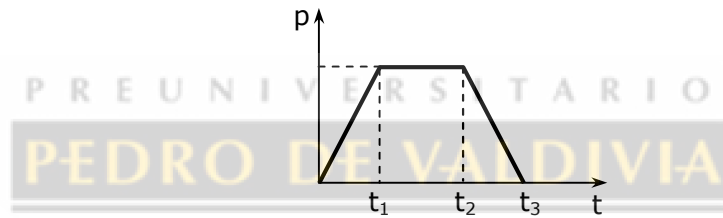
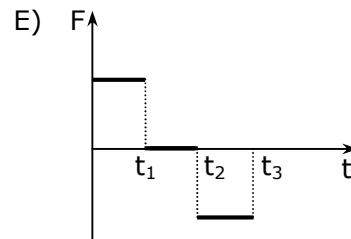
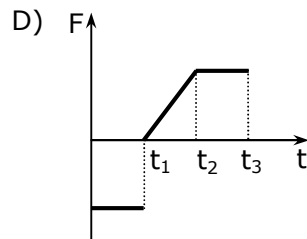
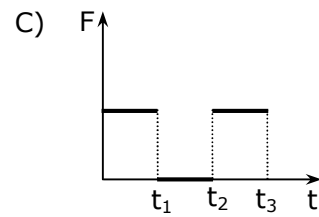
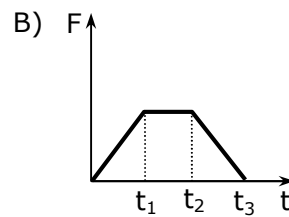
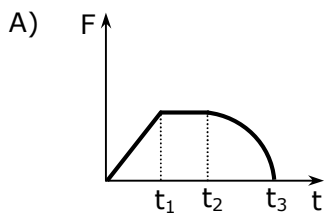


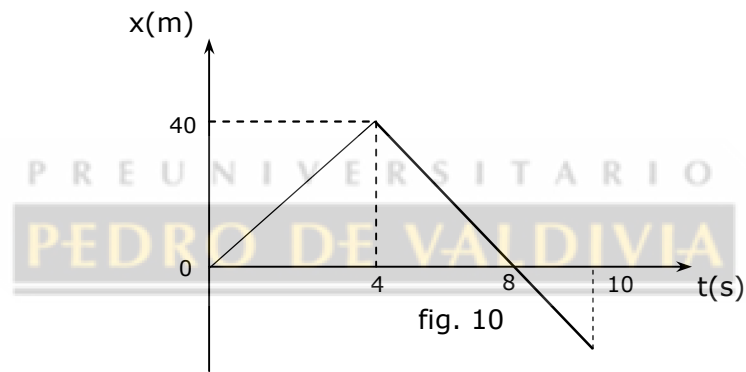
fig. 9



9. Un helicóptero está subiendo verticalmente a 36 km/h. En cierto instante se deja caer libremente una caja de 36 kg, por lo tanto la cantidad de movimiento de la caja, un segundo después de ser soltada, es

- A) 0
- B) 36
- C) 180
- D) 360
- E) 720

10. Un móvil se está moviendo a lo largo del eje X del sistema de coordenadas y el registro de las distintas posiciones que tiene en su trayectoria está representado en la figura 10. Respecto al momentum del cuerpo es correcto que



- A) a los 8 segundos su momentum es cero.
 - B) a los 4 segundos cambia el sentido de su movimiento.
 - C) a los 10 segundos cambia el sentido de su momentum.
 - D) no cambia el sentido de su momentum en los 10 segundos iniciales.
 - E) entre las 0 y los 4 segundos su momentum estuvo aumentando.
11. Una masa de plasticina de 200 g está viajando en cierto instante horizontalmente a 20 m/s. Justo en ese momento choca contra un muro quedando completamente detenida. El choque duró 0,1 s por lo tanto el módulo de la fuerza media que ejerció el muro sobre la plasticina fue

- A) 100 N
- B) 40 N
- C) 20 N
- D) 4 N
- E) 2 N

12. Dos cuerpos A y B están viajando en línea recta en el mismo sentido, la masa de A es 20 kg y la de B es 10 kg, las rapidezces de ambos se muestran en la figura 11. En un instante B golpea al cuerpo A, debido a lo cual B se detiene entonces la rapidez con la que sale A, es

- A) 1,0 m/s
- B) 3,0 m/s
- C) 5,0 m/s
- D) 5,5 m/s
- E) 8,0 m/s



fig. 11

13. Cuando dos partículas que se mueven en una misma línea, viajan en sentido contrario y chocan, es correcto afirmar que

- A) en ambas partículas, la rapidez antes y después del choque es igual.
- B) la magnitud del impulso que reciben es igual.
- C) la masa mayor ejerce una fuerza mayor.
- D) la suma de las velocidades de ambas, es igual antes y después del choque.
- E) las partículas solo pueden rebotar y seguir en la misma línea.

PEDRO DE VALDIVIA

14. Con respecto a la explosión de un artefacto que se fragmenta en muchos trozos, es **falso** que

- A) si estaba en reposo, la suma de los momentum de los trozos inmediatamente después de la explosión, es nula.
- B) si estaba en reposo, la suma de las velocidades de los trozos inmediatamente después de la explosión, necesariamente es nula.
- C) el momentum del artefacto se conserva inmediatamente después de la explosión.
- D) dos trozos que salen en sentido contrario no pueden tener igual velocidad.
- E) el momentum de cada trozo dependerá de su masa y su velocidad.

15. Un auto es sometido a una retardación tal como se aprecia en el gráfico que muestra la figura 12. La masa del auto es de 800 kg, por lo tanto es correcto decir que el impulso que se ejerció sobre el auto fue de

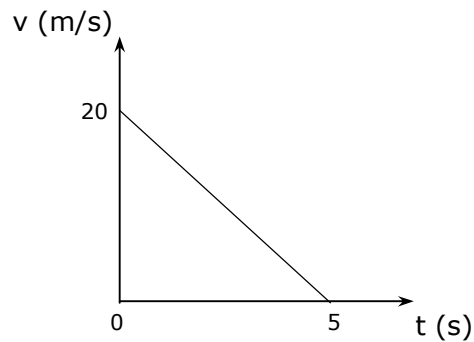


fig. 12

- A) 40.000 kg·m/s
- B) 16.000 kg·m/s
- C) 8.000 kg·m/s
- D) 3.200 kg·m/s
- E) 0 kg·m/s

16. Un carrito de 10 kg desliza a 5 m/s, sobre una superficie de roce despreciable. En cierto instante un niño de 20 kg cae verticalmente sobre el carro. La rapidez con la que viaja el sistema carro - niño es

- A) 5 m/s
- B) 4 m/s
- C) $5/3$ m/s
- D) $3/5$ m/s
- E) $1/4$ m/s

17. Un cuerpo de masa $2M$ que se mueve en línea recta a 10 m/s, choca frontalmente a un cuerpo de masa $3M$ que estaba en reposo. Después del choque los cuerpos se mueven juntos, por lo tanto la rapidez que llevan es

- A) 15 m/s
- B) 10 m/s
- C) 5 m/s
- D) 4 m/s
- E) 2 m/s

18. Un móvil **X** se mueve hacia la derecha, su masa es 8 kg y su rapidez 20 m/s, un segundo móvil **Y**, se mueve hacia la izquierda siendo su masa de 12 kg y su rapidez 10 m/s. Los cuerpos **X** e **Y** chocan frontalmente, se sabe que inmediatamente después del choque, **X** se mueve hacia la izquierda a 1 m/s, entonces el móvil **Y** después del choque

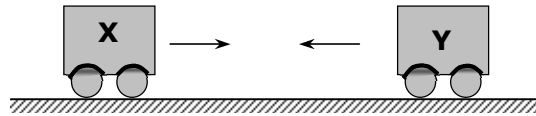


fig. 13

- A) se queda quieto.
 B) se mueve hacia la izquierda a 1 m/s.
 C) se mueve hacia la derecha a 3 m/s.
 D) se mueve hacia la derecha a 4 m/s.
 E) se mueve hacia la derecha a 5 m/s.
19. Una pequeña bola de goma choca horizontalmente contra una pared rebotando con la misma rapidez que tenía antes del choque. La rapidez inicial de la bola fue B y su masa es M , por lo tanto es correcto que
- A) no hubo variación de momentum debido al choque.
 B) el muro ejerció sobre la pelotita un impulso de $2MB$.
 C) el momentum debido al choque varió en $MB/2$.
 D) el impulso del muro sobre la pelotita fue cero.
 E) el impulso del muro sobre la pelotita fue mayor que el que ella ejerció sobre el muro.
20. Un cuerpo está viajando de modo que su rapidez y su masa se mantienen constantes. Por lo tanto se cumple que
- A) su momentum debe ser constante.
 B) su momentum debe ser variable.
 C) su velocidad debe ser constante y su momentum variable.
 D) su momentum puede ser constante o variable.
 E) su velocidad debe ser constante pero su momentum puede ser variable.



CLAVES DE LOS EJEMPLOS

1B 2 D 3 A 4 B

DMDOFM-07

**Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
<http://www.pedrodevaldivia.cl/>**