PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

MATERIAL: FM-10

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU I)

Una partícula se encuentra en movimiento circular, cuando su trayectoria es una circunferencia, como, por ejemplo, la trayectoria descrita por una piedra que se hace girar al extremo de una cuerda. Si además de eso, la magnitud de la velocidad permanece constante, el movimiento circular recibe también el calificativo de uniforme. Entonces en este movimiento el vector velocidad tiene magnitud constante, pero su dirección varía en forma continua, a ella la llamaremos **velocidad tangencial o lineal.**
La distancia recorrida por la partícula durante un período (ver definición de período abajo) es la longitud de la circunferencia que, como se sabe, tiene por valor $2\pi R$ (siendo R el radio de la trayectoria). Por tanto, como el movimiento es uniforme, la magnitud de la velocidad tangencial (rapidez tangencial) estará dado por

$$|\vec{v}_T| = \frac{\text{distancia recorrida}}{\Delta t}$$

o sea,

$$|\vec{v}_T| = \frac{2\cdot\pi\cdot R}{T}$$

Nota: cuando hablamos de $\vec{R}$, nos referimos al vector posición de la partícula respecto al centro de la trayectoria circular.

Período (T)

El tiempo que la partícula tarda en dar una vuelta completa se denomina período del movimiento, y se representa por T.

Frecuencia (f)

La frecuencia **f**, de un movimiento circular es, por definición, el cociente entre el número de vueltas y el tiempo necesario para efectuarlas.

$$f = \frac{\text{número de vueltas efectuadas}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Otra forma fácil de calcular la frecuencia es la siguiente

$$f = 1/T$$

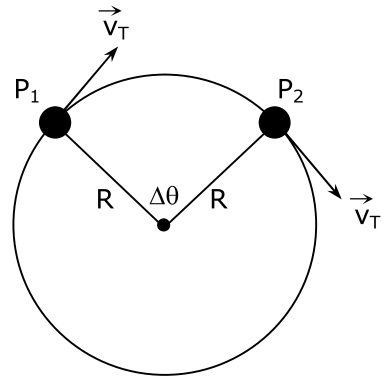
Lo que significa que entre periodo (T) y frecuencia (f) existe una relación inversamente proporcional.

La unidad de medida de frecuencia es el Hertz

$$1 \text{ Hertz} = 1 s^{-1}$$

Rapidez angular (ω)

Consideremos una partícula en movimiento circular, que pasa por la posición P_1 mostrada en la figura 1. Después de un intervalo de tiempo Δt, la partícula estará pasando por la posición P_2. En dicho intervalo Δt, el radio que sigue a la partícula en su movimiento describe un ángulo $\Delta\theta$. La relación entre el ángulo descrito por la partícula y el intervalo de tiempo necesario para describirlo, se denomina **rapidez angular** (ω) representada por



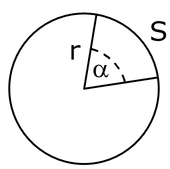
$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$$

fig. 1

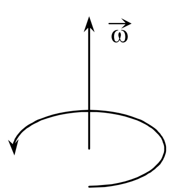
Observe que las definiciones de $|\vec{v}_T|$ y ω son semejantes. La rapidez lineal se refiere a la distancia recorrida en la unidad de tiempo, en tanto que la rapidez angular se refiere al ángulo descrito en dicha unidad de tiempo.
La rapidez angular proporciona información acerca de la rapidez con que gira un cuerpo. En realidad cuanto mayor sea la rapidez angular de un cuerpo, tanto mayor será el ángulo que describe por unidad de tiempo, es decir esta girando con mayor rapidez.
Otra manera de evaluar la rapidez angular consiste en considerar que la partícula realiza una vuelta completa o revolución en un intervalo de tiempo. En este caso el ángulo descrito $\Delta\theta = 2\pi$ rad, es decir 360º y el intervalo de tiempo será de un periodo, o sea, $\Delta t = T$. Así,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\left[\frac{\text{radianes}}{\text{s}}\right]$$

Radián (rad): Cuando el arco de circunferencia S es de longitud igual al radio r entonces al ángulo α se lo define como 1 radián



Nota: es interesante interpretar la velocidad angular ($\vec{\omega}$), como un vector que tiene como módulo la rapidez angular y como dirección, la del eje de rotación siguiendo la **regla del sacacorchos**.



Relación entre $|\vec{v}_r|$ y ω

En el movimiento circular uniforme, la rapidez lineal se puede obtener por la relación

$$|\vec{v}_T| = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

o bien,

$$|\vec{v}_T| = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right) \cdot R$$

Como $2 \cdot \pi/T$ es la rapidez angular, concluimos que

$$|\vec{v}_T| = \omega \cdot R$$

Esta relación sólo será valida cuando los ángulos estén medidos en radianes.

ANALOGÍA

Movimiento Trasnacional	**Movimiento Rotacional**
d	θ
$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$	$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

Relatividad del movimiento

$\frac{d}{t} = v_1 - v_2$	Los móviles viajan en el mismo sentido	$\frac{\theta}{t} = \omega_1 - \omega_2$
$\frac{d}{t} = v_1 + v_2$	Los móviles viajan en sentidos opuestos	$\frac{\theta}{t} = \omega_1 + \omega_2$

Aceleración centrípeta en un MCU

En el movimiento circular uniforme, la magnitud de la velocidad permanece constante, y por tanto, la partícula no posee aceleración tangencial. Pero como la dirección de la velocidad varía continuamente, la partícula sí posee aceleración centrípeta $\vec{a}_C$. En la figura 2 se presentan los vectores $\vec{v}_T$ y $\vec{a}_C$ en cuatro posiciones distintas de la partícula. Observe que el vector $\vec{a}_C$ tiene la dirección del radio y siempre apunta hacia el centro de la circunferencia. Podemos deducir, matemáticamente que la magnitud de la aceleración centrípeta en el movimiento circular, esta dado por

$$|\vec{\mathbf{a}}_\mathbf{C}| = \frac{|\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{T}|^2}{\mathbf{R}}$$

ó

$$|\vec{\mathbf{a}}_\mathbf{C}| = \omega^2 \cdot \mathbf{R}$$

ó

$$|\vec{\mathbf{a}}_\mathbf{C}| = \vec{\mathbf{v}}_\mathbf{T} \cdot \omega$$

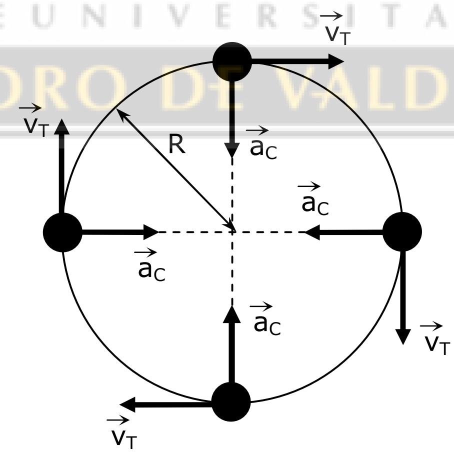


fig. 2

Observe que la magnitud de $\vec{a}_C$ es proporcional al cuadrado de la rapidez tangencial, si R es constante, e inversamente proporcional al radio de la circunferencia, si v_T es constante. Por lo tanto, si un automóvil toma una curva cerrada (con R pequeño) a gran velocidad, tendrá una aceleración centrípeta enorme.

Aplicación del MCU

Correas de transmisión:

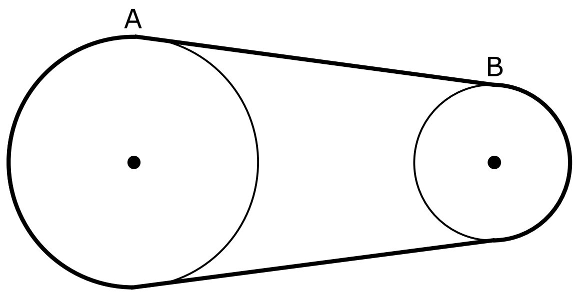


fig. 3

La figura 3 muestra una correa de transmisión, la cual se mueve con una **rapidez lineal que es la misma para cualquier punto de ella**. La cadena que une los pedales de la bicicleta con la rueda es una correa de transmisión. Supongamos que el engranaje A tiene un radio R_A y el engranaje B un radio R_B.

$$|\vec{v}_{TA}| = |\vec{v}_{TB}|$$

Aplicando la ecuación $|\vec{v}_T| = \omega \cdot R$, en la relación anterior obtenemos la siguiente razón

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{R_B}{R_A}$$

EJEMPLOS

1. Una disco gira a 240 r.p.m. por lo tanto, el número de giros que realiza en 20 s es

A) 120.
B) 80.
C) 60.
D) 24.
E) 12.

2. Respecto a un disco que está girando se sabe que da 24 vueltas en 6 segundos. De esta situación se afirma que se puede conocer

I) el periodo de rotación del disco.
II) el módulo de la velocidad tangencial del disco.
III) la magnitud de la aceleración del disco.

Es (son) correcta(s)

A) solo I.
B) solo II.
C) solo III.
D) solo I y III.
E) I, II y III.

3. Las poleas I y II que muestra la figura 4 pueden girar al mismo tiempo gracias a una correa de transmisión, que es inextensible. Se muestran también dos puntos, P y Q, que se ubican en los bordes respectivos. Es verdadero para estas poleas, teniendo en cuenta que el radio de II es menor, que

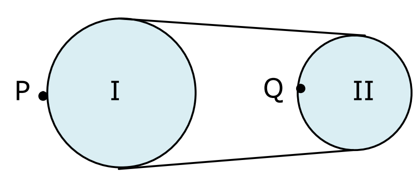


fig. 4

A) I dará menos vueltas que II, en el mismo tiempo.
B) la rapidez tangencial de P es mayor que la rapidez tangencial de Q.
C) si una gira en sentido horario la otra gira en sentido antihorario.
D) la velocidad angular de ambas es la misma.
E) si giran con rapidez constante ninguna tendrá aceleración centrípeta.

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1. La figura 5 muestra vectores tangenciales a una circunferencia que está girando con MCU. Por lo tanto es correcto que estos vectores pueden corresponder a la

A) rapidez angular
B) aceleración centrípeta.
C) aceleración tangencial.
D) velocidad tangencial.
E) velocidad angular.

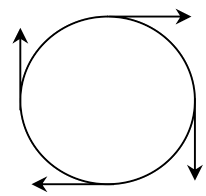


fig. 5

2. Una partícula está describiendo un MCU en torno al punto O, se indica además un diámetro de la circunferencia, PQ. El radio de la trayectoria es de 12 m, entonces se cumple que

I) para conocer el módulo de su velocidad tangencial se necesita el tiempo que tarda en una vuelta.
II) la aceleración centrípeta es la misma en P y en Q.
III) la velocidad angular en P es de sentido opuesto a la que tiene en Q.

Es (son) correcta(s)

A) solo I
B) solo II
C) solo III
D) solo I y III
E) I, II y III

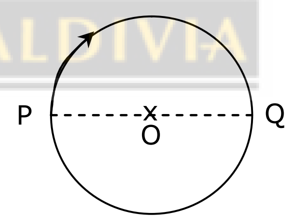


fig. 6

3. La figura 7 muestra tres vectores indicados para un cuerpo que describe un MCU. El vector que apunta hacia el centro es la velocidad angular y los otros dos que son tangenciales a la circunferencia corresponden a la aceleración y la velocidad tangenciales. Entonces es verdadero que

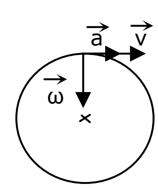


fig. 7

A) cada uno de ellos está correctamente ubicado.
B) la velocidad debió dibujarse diagonalmente siguiendo la trayectoria del cuerpo.
C) es incorrecta la posición de la velocidad angular ya que debió dibujarse tangente a la circunferencia.
D) solo ambas velocidades están bien ubicadas, no así la aceleración tangencial.
E) no existe aceleración tangencial en este caso.

4. Dos poleas, I y II en la figura 8, están conectadas mediante una correa de transmisión ideal. Las poleas están girando con MCU y el radio de la polea I cuadruplica al radio de la polea II. Por lo tanto se cumple para las poleas I y II respectivamente que la razón entre

   I) las magnitudes de las velocidades tangenciales es 1:4.
   II) los periodos es 4:1.
   III) las aceleraciones, de puntos periféricos de estas poleas, es 4:1

   Es (son) verdadera(s)

   A) solo I
   B) solo II
   C) solo III
   D) solo I y II
   E) solo II y III

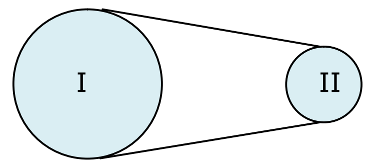


fig. 8

5. Dos poleas A y B giran unidas mediante una correa de modo que la rapidez angular de la polea A es 20π rad/s (ver figura 8). Si el radio de la polea A es 4 cm y el radio de la polea B es 8 cm, entonces es correcto afirmar que la rapidez angular de la polea B es

   A) 10π rad/s
   B) 20π rad/s
   C) 30π rad/s
   D) 40π rad/s
   E) 50π rad/s

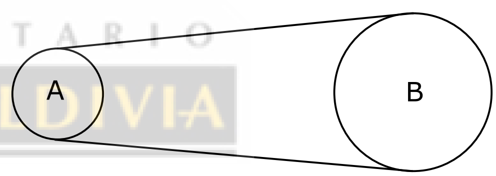


fig. 8

6. Si un cuerpo con movimiento circunferencial uniforme, describe un arco de $\frac{2\pi}{3}$ m en un tiempo de 9 s sobre una circunferencia de radio 1 m, entonces la cantidad de vueltas que consigue dar en 18 segundos es

   A) 1/2 vueltas
   B) 1/3 vueltas
   C) 2/3 vueltas
   D) 1 vueltas
   E) 3/2 vueltas

7. Una bicicleta avanza con MRU con rapidez de 9 m/s. El diámetro de su rueda trasera es de 60 cm ¿Cuántas vueltas realiza ésta rueda en cada segundo? (use π = 3)

   A) 2
   B) 4
   C) 5
   D) 10
   E) 20

8. A un disco ubicado en forma horizontal se lo hace girar con MCU. En el punto P a una distancia igual a la mitad del radio del disco se ubica una persona. En cierto instante, mediante un motor, el número de vueltas que describe el disco se triplica, junto con esto la persona camina hacia el borde del disco. Respecto a la rapidez tangencial que tenía la persona, antes de los cambios, se afirma correctamente que su rapidez final

A) disminuyó a la mitad.
B) quedó igual.
C) se triplicó.
D) se cuadruplicó.
E) se sextuplicó.

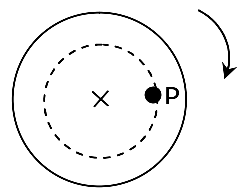


fig. 9

9. La figura 10 muestra la vista superior de una persona que esta haciendo girar una bola en sentido horario, mediante una cuerda. La cuerda se corta justo en el instante que muestra la figura, entonces es correcto que la bola saldrá en la dirección indicada en

A) →
B) ↘
C) ↓
D) ↗
E) ↙

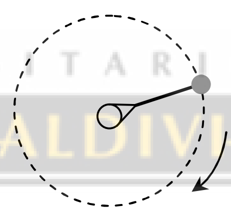


fig. 10

10. Para un cuerpo que gira con MCU se conoce cuantas vueltas da en 5 minutos, entonces es posible conocer

I) su periodo y su frecuencia.
II) su rapidez angular solo en caso de saber su radio también.
III) su rapidez tangencial solo si se conoce su radio también.

Es (son) correcta(s)

A) Sólo I
B) Sólo III
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Sólo II y III

11. Se hace girar una masa m, mediante una cuerda, sobre la superficie de una mesa horizontal de roce despreciable. La masa da igual número de vueltas por unidad de tiempo. Para una persona parada frente a la mesa se afirma que m tiene aceleración

I) hacia el centro, llamada aceleración centrípeta.
II) hacia afuera llamada aceleración centrífuga.
III) en el sentido del movimiento llamada tangencial.

Es (son) correcta(s)

A) solo I.
B) solo II.
C) solo III.
D) solo I y III.
E) I, II y III.

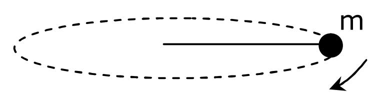


fig. 11

12. Un carro se mueve por una camino lleno de subidas y bajadas, siempre avanzando con rapidez constante desde P a Q, ver figura. La aceleración en los tres tramos mostrados en la figura tienen la dirección indicada en

A) $\rightarrow$ $\uparrow$ $\rightarrow$
B) $\leftarrow$ $\uparrow$ $\leftarrow$
C) $\uparrow$ $\downarrow$ $\uparrow$
D) $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$
E) $\downarrow$ $\uparrow$ $\downarrow$

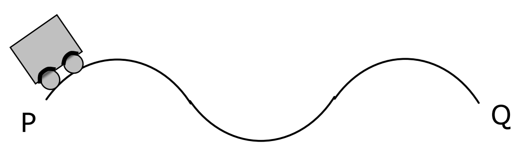


fig. 12

13. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al módulo de la aceleración centrípeta de un chicle pegado en el borde de una rueda que gira?

A) $V \cdot R$
B) $V^2 \cdot R$
C) $V \cdot R^2$
D) $V^2 \cdot R^2$
E) $\frac{V^2}{R}$

14. Un auto describe una circunferencia de radio 50 m mientras se desplaza a 72 km/h, entonces su aceleración centrípeta es

A) 1,4 m/s^2
B) 5,0 m/s^2
C) 8,0 m/s^2
D) 103,7 m/s^2
E) 1440,0 m/s^2

15. Dos ruedas están girando y tardan lo mismo en avanzar una distancia d. Si el radio de P es R y el radio de Q es 2R, entonces es correcto que

I) ambos viajan con igual rapidez angular.
II) el periodo de giro de Q es el doble del periodo de giro que tiene P.
III) el centro de la rueda P viaja con igual velocidad lineal que el centro de Q.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

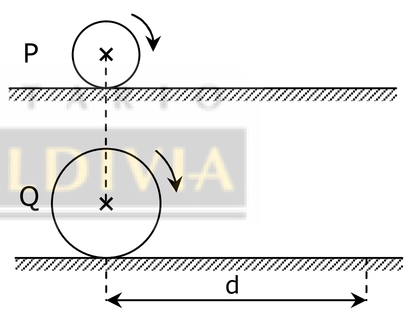


fig. 13

16. Una partícula describe un M.C.U. esto significa que en cualquier instante, la magnitud de su velocidad tangencial es

A) constante y su sentido no cambia.
B) variable y de dirección variable.
C) constante y dirección constante.
D) variable y dirección constante.
E) constante y dirección variable.

17. Un carrete de hilo tiene un radio interno de 5 cm y en torno a él está enrollada una cantidad de hilo de grosor despreciable. El número de vueltas que giró el carrete, si se desenrollaron 2,4 m de hilo, es (use $\pi = 3$)

A) 0,5.
B) 3,0.
C) 6,0.
D) 8,0.
E) 12,0.

18. Fabrizio y Andrés están parados, a la orilla de una rueda, en puntos diametralmente opuestos. Considerando que la rueda tiene MCU es correcto afirmar que

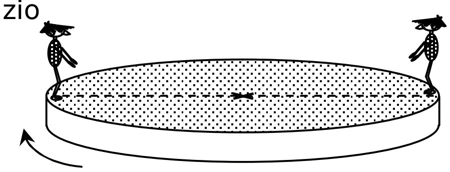


fig. 14

A) ambos tienen la misma aceleración.
B) la rapidez angular de ambos es distinta.
C) la velocidad angular de ambos es distinta.
D) ambos tienen la misma velocidad tangencial.
E) al completar 2 vueltas el desplazamiento para ambos es cero.

CLAVES DE LOS EJEMPLOS

1B 2A 3A

DMDOFM-10

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web http://www.pedrodevaldivia.cl/