

UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES
POTENCIAS – ECUACIÓN EXPONENCIAL – FUNCIÓN EXPONENCIAL

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Sea $a, \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $m, n \in \mathbb{Z}$. Entonces:

*** PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE**

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

*** CUOCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE**

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

EJEMPLOS

1. $a^3 \cdot a^{2x} \cdot a^{x+1} =$

- A) a^{3+3x}
- B) a^{2-x}
- C) a^{2+3x}
- D) a^{4+3x}
- E) a^{4+2x}

2. $5^3 \cdot 25^4 =$

- A) -5^7
- B) 5^9
- C) -5^9
- D) 5^{-11}
- E) 5^{11}

3. $x^3 : x^{2+a} \cdot x^{3a+2} =$

- A) x^{3+4a}
- B) x^{3-2a}
- C) x^{3+2a}
- D) x^{-1-4a}
- E) x^{7+4a}

4. $3^{3a} : 3^{a-5} =$

- A) 3^{4a-5}
- B) 3^{2a-5}
- C) 3^{2a+5}
- D) 3^{4a+5}
- E) 3^{a-5}

5. $\frac{(-7)^{-2} \cdot (-2)^{-4}}{(28)^{-1} \cdot (7)^{-1}} =$

- A) -2^{-2}
- B) 2^{-2}
- C) 2^8
- D) 4^4
- E) -4

6. Si **a** y **b** son dos números reales distintos y diferentes de cero, entonces la expresión $\frac{(a^3)^{-2} \cdot (b^{-2})^3}{(ab)^4}$ es equivalente a

- A) $(ab)^{-10}$
- B) $(ab)^{-2}$
- C) $(ab)^0$
- D) $(ab)^2$
- E) $(ab)^{10}$

7. $3^3 \cdot 3^{-2} : 3^4 \cdot 3^2 =$

- A) 3^{-5}
- B) 3^{-2}
- C) 3^{-1}
- D) 3^0
- E) 3^2

Sean $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $m, n \in \mathbb{Z}$. Entonces:

* **PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE**

$$a^m \cdot a^m = (a \cdot b)^m$$

* **CUOCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE**

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

* **POTENCIA DE UNA POTENCIA**

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

EJEMPLOS

1. $(9^n + 9^n + 9^n)(3^{n+2})^{-1} =$

- A) 3^{3n-n-1}
- B) 6^{6n-n-2}
- C) 3^{5n-2}
- D) 3^{2n-2}
- E) 3^{n-1}

2. $\frac{81^{a+1}}{3^{a+1}} =$

- A) 3^{3a+1}
- B) 3^{3a+3}
- C) 3^{a+1}
- D) 9^{2a+2}
- E) 27^{2a+1}

3. Si el producto de dos números a y b se eleva al cuadrado del recíproco de $\frac{-1}{3}$ resulta

- A) $(ab)^2$
- B) $(ab^3)^2$
- C) $((ab)^{-3})^2$
- D) $(ab)^{-9}$
- E) $(ab)^9$

4. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) verdadera(s)?

I) $(-3^2)^3 = (-3)^6$

II) $(2^{-3})^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{12}$

III) $(5^{-3})^5 = (5^5)^{-3}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

5. Si $a = 0,1$, $b = 0,002$ y $c = 0,0003$, entonces $a \cdot b \cdot c =$

- A) $6 \cdot 10^{-8}$
- B) $6 \cdot 10^{-6}$
- C) $6 \cdot 100^2$
- D) $6 \cdot 100^3$
- E) $6 \cdot 10^8$

6. $(3x)^4 : (4x)^3 =$

- A) $2^{-6}3^4x$
- B) $2^63^{-4}x$
- C) $12x^{12}$
- D) $0,75^{12}x$
- E) $0,75x^2$

7. $2^3 \cdot 5^4 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^4 =$

- A) $6^3 \cdot 5^4$
- B) $2^3 \cdot 5^6$
- C) 6^7
- D) 6^{-7}
- E) 6^{10}

Sean $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $m, n \in \mathbb{Z}$. Entonces:

* **POTENCIAS DE IGUAL BASE**

$$a^m = a^n \Leftrightarrow m = n, \text{ con } a \text{ distinto de } -1 \text{ y } 1$$

* **POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE**

$$a = b \Rightarrow a^n = b^n$$

ECUACIÓN EXPONENCIAL

Ecuación exponencial es aquella que tiene la(s) incógnita(s) en el exponente de una o más potencias.

Para resolver una ecuación exponencial se debe reducir cada miembro de la igualdad a una potencia y luego igualar las bases, aplicando las propiedades correspondientes. Las bases deben ser distintas de **cero, uno y menos uno**.

EJEMPLOS

1. Si $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3a} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2a+4}$, entonces $-a + \frac{4}{5} =$

- A) $\frac{2^3}{5}$
- B) 0
- C) $\frac{-4^2}{5}$
- D) $\frac{4^2}{5}$
- E) 16

2. Si $(0,2)^{-2x} : 125^{-3x} = 5^{3(x-1)}$, entonces $x =$

- A) -1
- B) $-\frac{3}{8}$
- C) 0
- D) $\frac{3}{2}$
- E) $\frac{3}{8}$

3. Si $3^a + 3^{a+1} + 3^{a+2} = 39$, entonces $3a + 1$ es
- A) -3
 B) -2
 C) 2
 D) 3
 E) 4
4. Si $2^p \cdot 3^q \cdot 13^r \cdot 5^n = 108 \cdot 156$, con p, q, r, n pertenecen a Z , entonces $p + q^n - r =$
- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5
5. La solución de la ecuación $(0,00001)^{\left(2-\frac{4}{5}x\right)} = \left(\frac{1}{10}\right)^x$ es
- A) -4
 B) -2
 C) 1
 D) 2
 E) 4
6. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones **no** es (son) **siempre** verdadera(s)?
- I) Si $x^2 = y^2$, entonces $x = y$
 II) Si $x^{3+a} = y^{3+a}$, entonces $x = y$
 III) Si $x^3 = 3^3$, entonces $x = 3$
- A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo I y II
 D) Sólo II y III
 E) I, II y III
7. En la ecuación $\left(\frac{2}{7}\right)^{x+2} = \left(\frac{49}{4}\right)^{-x+3}$, ¿cuál es el valor de x ?
- A) 2^{-3}
 B) $-5 \cdot 2^{-1}$
 C) $-3^{-1} \cdot 2^2$
 D) 2^2
 E) 2^3

FUNCIÓN EXPONENCIAL

La función f definida por $f(x) = a^x$, con $a \in \mathbb{R}^+$ y $a \neq 1$ se denomina **función exponencial**.

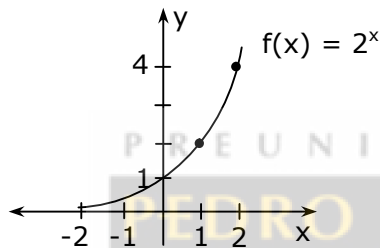
Propiedades

- * El Dominio es: $D_f = \mathbb{R}$
- * El recorrido es: $R_f = \mathbb{R}^+$
- * La gráfica intercepta al eje de las ordenadas en el punto $(0,1)$.
- * Si $a > 1$, entonces $f(x) = a^x$ es creciente.
- * Si $0 < a < 1$, entonces $f(x) = a^x$ es decreciente.
- * La gráfica no corta al eje de las abscisas.

GRÁFICAS DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

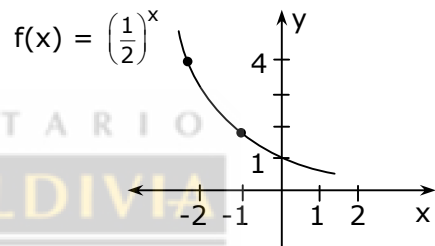
1) $f(x) = 2^x$

x	f(x)
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4



2) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	f(x)
-2	4
-1	2
0	1
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$



EJEMPLOS

1. Con respecto a la función $f(x) = 2^{-x}$, ¿cuál de las siguientes opciones es verdadera?
 - A) La función es creciente.
 - B) $f(3) = 8$.
 - C) La gráfica intersecta el eje de las ordenadas en el punto $(1,0)$.
 - D) La gráfica intersecta al eje de las abscisas en el punto $(1,0)$.
 - E) $f(2) < f(-2)$

2. Si se tiene la función $f(x) = 4^{x+1}$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **falsa(s)**?
 - I) La función $f(x)$ es decreciente.
 - II) $f(-3) = 2^{-4}$
 - III) $f(2) > f(-2)$
 - A) Sólo I
 - B) Sólo II
 - C) Sólo I y II
 - D) Sólo II y III
 - E) I, II y III

3. Dada la función $f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $f(x)$ es una función decreciente.
- II) Su recorrido son los \mathbb{R}^+ y corta al eje de las ordenadas en el punto $(0,1)$
- III) $f(1) = \frac{1}{9}$ y $f(2) = \frac{1}{81}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

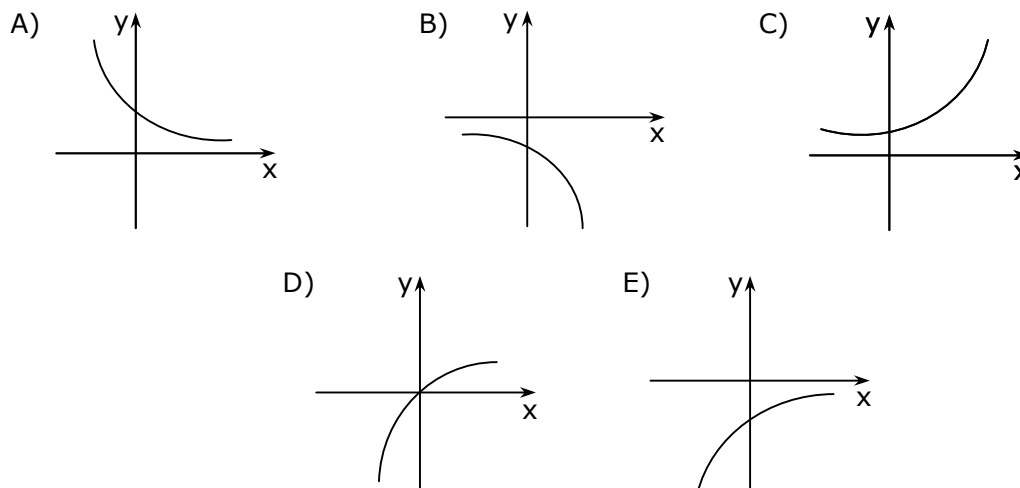
4. Si $f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x}$, entonces $\frac{1}{9}f(-1) + f(0) - 9f\left(\frac{1}{2}\right) =$

- A) 9
- B) 1
- C) -1
- D) -9
- E) -10

5. Para que $f(x) = a^{kx}$ sea una función decreciente se debe cumplir **siempre** que

- A) $a > 1$ y $k > 1$
- B) $a > 1$ y $0 < k < 1$
- C) $a < 1$ y $k > 1$
- D) $0 < a < 1$ y $k < 1$
- E) $0 < a < 1$ y $k > 1$

6. La gráfica de la función $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$ está mejor representada en la opción



EJERCICIOS

1. $-(2^3 - 4^2) - 2^2 =$

- A) -12
- B) -4
- C) 0
- D) 2
- E) 4

2. ¿Cuánto es un tercio del recíproco de 81^{-1} ?

- A) 3^{-3}
- B) 3^{-2}
- C) 3^2
- D) 3^3
- E) 3^6

3. $((5^{-1}x^3)^2)^{-1} =$

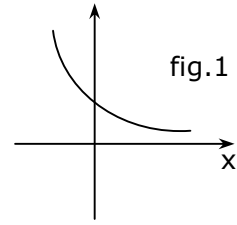
- A) $\frac{1}{25} \cdot x^{-6}$
- B) $\frac{1}{5} \cdot x^4$
- C) $5 \cdot x^{-5}$
- D) $25 \cdot x^6$
- E) $25 \cdot x^{-6}$

4. $\frac{7^{2a-b}}{7^{2a-3b}} =$

- A) 7^b
- B) 7^{4a-4b}
- C) 49^b
- D) 49^{-b}
- E) 49^{-2b}

5. El gráfico de la figura 1, podría corresponder a la función exponencial

- A) $f(x)=2^x$
- B) $f(x)=3^{x+1}$
- C) $f(x)=((-4)^{-1})^x$
- D) $f(x)=((4)^{-1})^x$
- E) $f(x)=-3^x$



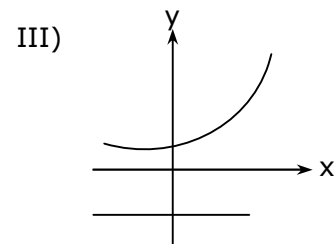
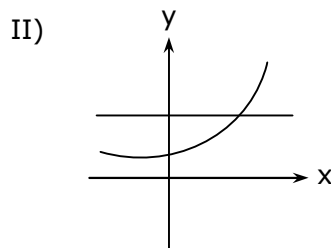
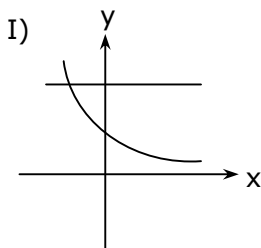
6. Si $3^{2x+5} = 3^{-3(2-x)}$, entonces x es igual a

- A) -11
- B) -10
- C) -9
- D) 9
- E) 11

7. Si $(3+a)^{2x} = (a^2+6a+9)^{0,75}$, con $a = -2, -3$ y -4 , entonces $4x+1$ equivale a

- A) $\frac{3}{8}$
- B) $\frac{3}{4}$
- C) 3
- D) 4
- E) $\frac{5}{2}$

8. ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos representa(n) a las funciones $f(x)= 2^x$ y $g(x)= 2$?



- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) I, II, III

9. Si $125 \cdot 5 = 5^{-2-3x}$, entonces $x =$

- A) -4
- B) -2
- C) 2
- D) 4
- E) 6

10. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) equivalentes a $(x^3 + y)^2 = 81$?

- I) $(x^3 + y - 9)^2$
- II) $x^6 + 2x^3y + y^2 - 9^2$
- III) $x^9 + 2x^3y + y^2 - 81$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II, III

11. La gráfica de la figura 2, representa a la función

- A) $f(x) = 3^x$
- B) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
- C) $f(x) = 3^{x-1}$
- D) $f(x) = 9^x$
- E) $f(x) = 3^{x+1}$

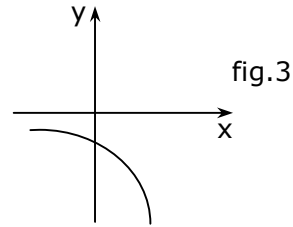


12.
$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{3a}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{2a} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-a}} =$$

- A) 1
- B) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4a}$
- C) $\left(\frac{3}{2}\right)^{4a}$
- D) $\left(\frac{2}{3}\right)^{6a}$
- E) $\left(\frac{2}{3}\right)^a$

13. El gráfico de la figura 3, podría representar

- A) $y = 2^x$
- B) $y = -2^x$
- C) $y = 2^{-x}$
- D) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
- E) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$



14. Si $27^{2x-2} = 81^{x+5}$, entonces $2x$ es igual a

- A) 4
- B) 8
- C) 13
- D) 16
- E) 26

15. Si $a = -3$ y $b = -2$, entonces la expresión $Z = (a^2 - b^3) \cdot (a - b^2)$, equivale a

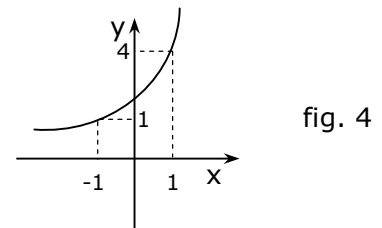
- A) -7
- B) -1
- C) 1
- D) 17
- E) -119

16. Si $6^{x+3} : 6^{5-x} = 1$, entonces $2x + 3$ es igual a

- A) 0
- B) 1
- C) 5
- D) 8
- E) 19

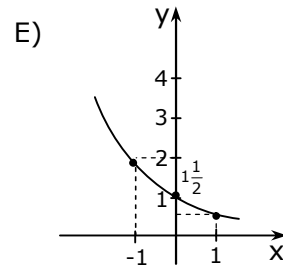
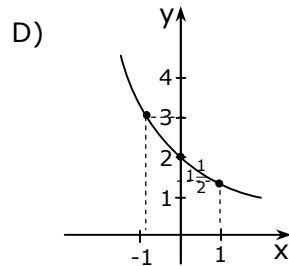
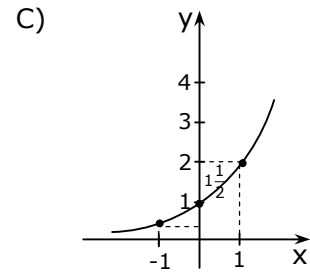
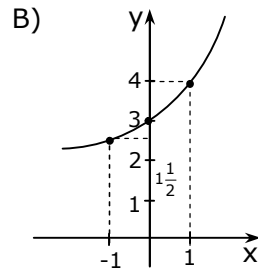
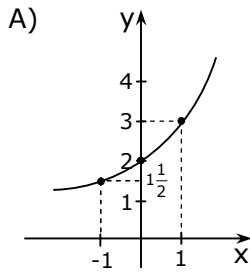
17. ¿cuál es la función exponencial cuya representación gráfica está dada por la figura 4?

- A) $f(x) = -2^{x+1}$
- B) $f(x) = -2^x$
- C) $f(x) = 2^x$
- D) $f(x) = 2^{x+1}$
- E) $f(x) = 2^{x-1}$



18. El valor de x en la ecuación $2^{x-1} + 2^{x-2} = 6$ es
- A) 0
 - B) -1
 - C) 2
 - D) 3
 - E) 4
19. De acuerdo a la función, $f(x) = 3^{-x}$, es correcto señalar
- A) El dominio de $f(x)$ son los reales positivos.
 - B) El recorrido de $f(x)$ son los números reales.
 - C) $f(x)$ es siempre creciente.
 - D) La gráfica de $f(x)$ pasa por el punto $(0,3)$.
 - E) El valor de $f(-3)=27$.
20. El señor Solar ha depositado el dinero que ganó en la lotería en un Banco, el cuál le señala que su dinero crecerá de acuerdo a $f(t)=7,5 \cdot 1,02^t$ millones de pesos. Entonces ¿cuál de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?
- I) El capital inicial es 7.500.000.
 - II) Al cabo del primer año habrá ganado 7.650.000.
 - III) $f(3) = 7,5 \cdot 1,02^3$
- A) Sólo I
 - B) Sólo II
 - C) Sólo II y III
 - D) Sólo I y III
 - E) I, II y III
21. El Pudú chileno se está extinguiendo de acuerdo a la función $f(x) = 90 \cdot 0,5^x$; siendo x el tiempo en décadas. ¿Cuál es el número de Pudú que quedará al cabo de 45 años?
- A) $90 \cdot 0,5^{45}$
 - B) $90 \cdot 0,5^{-4,5}$
 - C) $90 \cdot 0,5^{4,5}$
 - D) $45 \cdot 0,5^2$
 - E) $2 \cdot 0,5^{45}$

22. El gráfico de la función $f(x) = 2^x + 1$ está representado por la alternativa



23. Las amebas son organismos unicelulares que se reproducen por bipartición. Si consideramos las condiciones óptimas para su cultivo y sabiendo que se reproducen cada 20 minutos, ¿cuántas amebas habrá al cabo de 5 horas, considerando que al comienzo había dos amebas?

- A) $2 \cdot 2^4$
- B) $2 \cdot 2^{10}$
- C) $2 \cdot 2^{15}$
- D) $2 \cdot 2^{16}$
- E) 4^{10}

24. Si $5^a - 5^{-a} = C$, entonces $25^a + 25^{-a} =$

- A) $C^2 + a$
- B) $C^2 - 1$
- C) $C^2 + 2$
- D) $C^2 + 1$
- E) $C^2 - 2$

25. La función $f(x) = 60 \cdot 2^{-0,02x}$ modela la concentración de elemento radioactivo en (x) horas. ¿Cuál será la concentración de este elemento radioactivo al cabo de 6.000 minutos?

- A) 15
- B) 30
- C) 45
- D) 60
- E) 75

26. Si $b \neq 0$, se puede conocer el valor numérico de la expresión $\frac{a^{n+2} \cdot b^{n-3} \cdot a}{a^{2n-3} \cdot b^{n-3} \cdot a^{2n-5}}$ si:

(1) $a = 2$ y $n = 3$

(2) $b = 2$ y $n=3$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

27. Se puede **asegurar** que la expresión $f(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ corresponde a una función exponencial creciente si:

(1) $0 < a < 1$

(2) su dominio son los **IR** y el recorrido **IR⁺**.

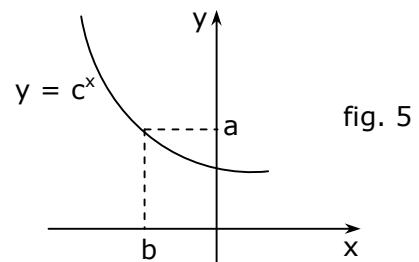
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

28. Se puede determinar el valor de **a** en la figura 5, si :

(1) $f(-3) = a$ y $c = 3^{-1}$

(2) $b = -3$ y $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



29. Se puede determinar el punto de intersección del gráfico de la función exponencial $f(x) = -a \cdot b^x$, con el eje de las ordenadas si:

- (1) $f(0) = -3$
- (2) $b = 2$ y $f(3) = -24$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional.

30. Se puede afirmar que $f(x) = \frac{1}{a^x}$, es una función creciente sí:

- (1) **a** es una fracción impropia positiva.
- (2) **a** > 1

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional.

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3	4	5	6	7
1 y 2	D	E	C	C	B	A	C
3 y 4	E	B	E	D	A	A	C
5 y 6	C	B	E	D	D	C	E
7 y 8	E	A	E	A	E	E	

EJERCICIOS PÁG. 9

1. E	11. E	21. C
2. D	12. B	22. A
3. E	13. B	23. C
4. C	14. E	24. C
5. D	15. E	25. A
6. E	16. C	26. A
7. D	17. D	27. A
8. B	18. D	28. D
9. B	19. E	29. D
10. B	20. E	30. E

DMDOMA27

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
<http://www.pedrodevaldivia.cl/>