

**GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA N° 22**

**UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES**  
**LOGARITMOS – FUNCIÓN LOGARÍTMICA**

**DEFINICIÓN**

El logaritmo de un número real positivo **b** en base **a**, positiva y distinta de 1, es el número **m** a que se debe elevar la base para obtener dicho número.

$$\log_a b = m \Leftrightarrow a^m = b, \quad b > 0, \quad 1 \neq a > 0$$

- OBSERVACIONES:**
- \* La expresión  $\log_a b = m$  se lee "el logaritmo de **b** en base **a** es **m**".
  - \* El logaritmo es la operación inversa de la exponenciación.
  - \*  $\log_{10} a = \log a$

**CONSECUENCIAS DE LA DEFINICIÓN DE LOGARITMO**

\*

$$\log_a 1 = 0$$

\*

$$\log_a a = 1$$

\*

$$\log_a a^m = m$$

**EJEMPLOS**

1.  $\log_2 256 = 8$  expresado en forma exponencial es

- A)  $8^2 = 256$
- B)  $8^{\frac{1}{8}} = 256$
- C)  $256^{\frac{1}{8}} = 2$
- D)  $2^8 = 256$
- E)  $243^{-8} = \frac{1}{2}$

2. Exprese en forma logarítmica la siguiente igualdad  $3^6 = 729$ .

- A)  $\log_6 9^3 = 3$
- B)  $\log_9 27^2 = 3$
- C)  $\log_7 729 = 3$
- D)  $\log_{81} 3^9 = 3$
- E)  $\text{Log}_3 729 = 6$

3.  $\frac{1}{3} \log_2 8^2 =$

- A)  $\frac{8}{3}$
- B) 2
- C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{1}{3}$
- E) 0

4.  $\log_{a+b} \frac{2a^2+3ab+b^2}{2a+b} =$

- A) 1
- B)  $a + b$
- C)  $a(a + b)$
- D)  $3ab$
- E)  $2a + b$

5. Si  $16^{x-1} = \frac{1}{8}$ , entonces  $\log_4 x$  es igual a

- A)  $\frac{1}{4}$
- B) -1
- C) 0
- D)  $-\frac{1}{4}$
- E) 1

### PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

Sean  $b > 0$ ,  $c > 0$ ,  $1 \neq a > 0$

#### \* LOGARITMO DE UN PRODUCTO

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

#### \* LOGARITMO DE UN CUOCIENTE

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

### EJEMPLOS

1.  $\log_6 5 + \log_6 12 =$

- A)  $\log_6 10$
- B)  $6 \cdot \log_6 10$
- C)  $\log_6 5 \cdot \log_6 12$
- D)  $\log_6 60$
- E)  $\log_6 17$

2. Si  $\log_4 x - \log_4 \frac{1}{y} = 3$ , el producto  $x$  y  $y$  es igual a

- A) 81
- B) 12
- C) 32
- D) 64
- E) 27

3. La expresión  $\log 4 - \log 3 + \log 9$  escrita como el logaritmo de un número es

- A)  $\log 10$
- B)  $\log 12$
- C)  $\log \log \frac{4}{12}$
- D)  $\log \frac{4}{6}$
- E)  $\log \frac{4}{27}$

4. El desarrollo logarítmico de  $\sqrt{\frac{100}{n}}$  es

- A)  $1 - \frac{\log n}{2}$
- B)  $10 - \frac{\log n}{2}$
- C)  $\frac{2}{\log n}$
- D)  $2 - \log n$
- E)  $5 - \frac{1}{2} \log n$

5.  $\log_6 18 + \log_6 72 =$

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 6

6.  $\log_3 108 + \log_3 \frac{1}{27} - \log_3 4$

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 6

7.  $\log (a + 2)^2 - \log (a^2 - 4) =$

- A)  $\log (a + 2)$
- B)  $\log (a - 2)$
- C)  $\log \frac{1}{a - 2}$
- D)  $\log (a + 2) + \log (a - 2)$
- E)  $\log (a + 2) - \log (a - 2)$

\* LOGARITMO DE UNA POTENCIA

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

\* LOGARITMO DE UNA RAÍZ

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b, \text{ con } n > 0$$

\* CAMBIO DE BASE

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

EJEMPLOS

1. Si  $\log_a x = 2$ , entonces  $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{x} =$

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $-\frac{1}{2}$
- C)  $-2$
- D)  $2$
- E)  $1$

2. Si  $c^{-1} = 27$ , entonces  $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{\frac{1}{c}} =$

- A)  $2$
- B)  $-2$
- C)  $\frac{1}{3}$
- D)  $-\frac{1}{3}$
- E)  $9$

3.  $-\frac{1}{5} \log_3 243 =$

A)  $-\log_3 \frac{243}{5}$

B)  $-\log_3 243^5$

C)  $\log_3 243^{\frac{1}{5}}$

D)  $-5 \log_3 3^{\frac{1}{5}}$

E)  $-\log_3 243^5$

4.  $\log \frac{a^2 - b^2}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} =$

A)  $\text{Log} (a\sqrt{a} + b\sqrt{b})$

B)  $\log a + \log b + \log \sqrt{a} + \log \sqrt{b}$

C)  $\log (a + b) \cdot \sqrt{a + b}$

D)  $\log (a + b) + \log \sqrt{a + b}$

E)  $\log (a + b) + \log(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

5. El valor de la expresión  $\frac{\log 0,0001 - \log_3 \frac{1}{81}}{\log_2 32}$  es

A) 0

B)  $-\frac{8}{5}$

C)  $\frac{8}{5}$

D) -2

E)  $-\frac{1}{5}$

### FUNCIÓN LOGARÍTMICA

Una función  $f$  definida por

$$f(x) = \log_a x, \text{ con } a \in \mathbb{R}^+, a \neq 1 \text{ y } x > 0$$

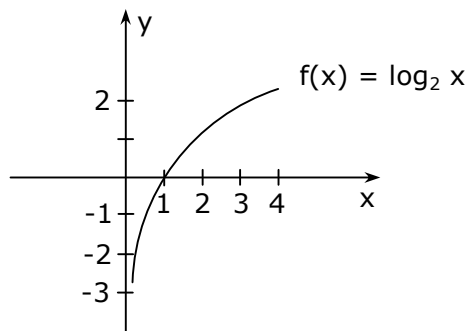
se

denomina **función logarítmica**.

### GRÁFICAS DE LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA

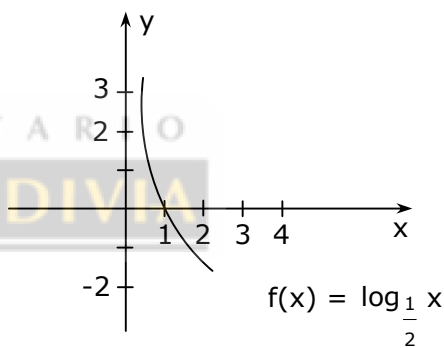
i)  $f(x) = \log_2 x$

$x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$f(x)$	-3	-2	-1	0	1	2	3



ii)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

$x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$f(x)$	3	2	1	0	-1	-2	-3



En los gráficos se puede observar que:

- \* La gráfica interseca al eje  $x$  en el punto  $(1, 0)$ .
- \* Si  $a > 1$ , entonces  $f(x) = \log_a x$  es creciente.
- \* Si  $0 < a < 1$ , entonces  $f(x) = \log_a x$  es decreciente.
- \* La curva no interseca al eje  $y$ .

### EJEMPLOS

1. La gráfica de  $f(x) = 1 + \log_{\frac{1}{2}} x$  pasa por el punto

- A)  $(-1, 2)$
- B)  $(1, 1)$
- C)  $(0, \frac{1}{2})$
- D)  $(0, 2)$
- E)  $(\frac{1}{2}, 0)$

2. El punto (3,2) pertenece a la función

A)  $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 (x + 1)$

B)  $f(x) = \log_2 \frac{x}{6}$

C)  $f(x) = \log (x + 2)$

D)  $f(x) = -\log (x + 1)$

E)  $f(x) = \log_5 (2x - 1)^2$

3. Si  $h(x) = \log_{a+1} (ax - 1)$  y  $h(a) = 1$ , entonces el valor de **a** es

A) -2

B) 0

C) 1

D) 2

E)  $\frac{1}{2}$

4. Respecto a la función  $f(x) = \log_2 (3x + 2)$ , ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) **falsa(s)**?

I) Si  $f(x) = 3$ , entonces  $x = 2$ .

II) Si  $x = -\frac{1}{2}$ , entonces  $f(x) = -1$

III) Si  $f(x) = 0$ , entonces  $x = \frac{2}{3}$

A) Sólo II

B) Sólo III

C) Sólo I y II

D) Sólo I y III

E) Sólo II y III



**EJERCICIOS**

1. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) equivalente(s) a **1**?

- I)  $\log \frac{1}{a} + \log a$
- II)  $\log_x \frac{x^2 + x}{x + 1}$  con  $x > 0$
- III)  $-\frac{1}{3} \log 0,001$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) Sólo I, II y III

2. El valor de  $\log \sqrt[5]{-32}$  es

- A) -2
- B) 2
- C)  $\frac{1}{5}$
- D) 0
- E) no está definido en los reales

3. Si  $\log_2 \left( \frac{8}{1+x} \right) = 3$ , el valor de **x** es

- A) 0
- B)  $\frac{1}{8}$
- C)  $\frac{1}{3}$
- D) 3
- E) 8

4. Si  $\log_3 2 + \log_3 (b + 1) = 1$ , entonces **b** es igual a

- A) 0
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D) 2
- E) 3

5. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a  $\log 105$ ?

- A)  $\log 100 + \log 5$
- B)  $\log 21 \cdot \log 5$
- C)  $3 \log 35$
- D)  $3 \log 5 + \log 15$
- E)  $\log 7 + \log 3 + \log 5$

6. Si  $\log_p \frac{1}{128} = -7$ , el valor de **p** es

- A) -2
- B)  $-\frac{1}{2}$
- C) 1
- D) 2
- E) 4

7. En la expresión  $\log_x 8 = 2$ , el valor de **x** es

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C)  $\sqrt{2}$
- D) 2
- E)  $2\sqrt{2}$

8. Si  $2m - \log_3 27 = m - \log_2 \sqrt{8}$ , entonces **m** es

- A)  $-\frac{2}{3}$
- B)  $-\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{3}$
- D)  $\frac{2}{3}$
- E)  $\frac{3}{2}$

9.  $\log_{\sqrt{2}}(2)^{-\frac{1}{2}} =$

- A) -2
- B)  $-\frac{1}{2}$
- C) -1
- D) 1
- E) 2

10.  $\frac{\log_3 \frac{1}{9} + \log_2 32}{\log_{\sqrt{2}} 16} =$

- A)  $-\frac{3}{8}$
- B)  $\frac{3}{8}$
- C)  $\frac{1}{4}$
- D)  $\frac{1}{2}$
- E) 2

11.  $\log_{\frac{1}{2}}(64 \cdot \sqrt[3]{8^4}) =$

- A) -10
- B) 9
- C) 10
- D) 20
- E)  $\frac{33}{4}$

12.  $\log(p+q) - \log p - \log q =$

- A) 0
- B)  $\log \frac{p+q}{p-q}$
- C)  $\frac{\log p + \log q}{\log p - \log q}$
- D)  $\log \frac{p+q}{pq}$
- E)  $\log(p+q) - \log \frac{p}{q}$

13. Dadas las siguientes expresiones:

- I) Si  $m = A^{2A}$ , entonces  $\log_m A = \frac{1}{2A}$
- II) Si  $6^x = 5^y$ , entonces  $\frac{x}{y} = \log_6 5$
- III)  $\log_5 1 = -\log 2$

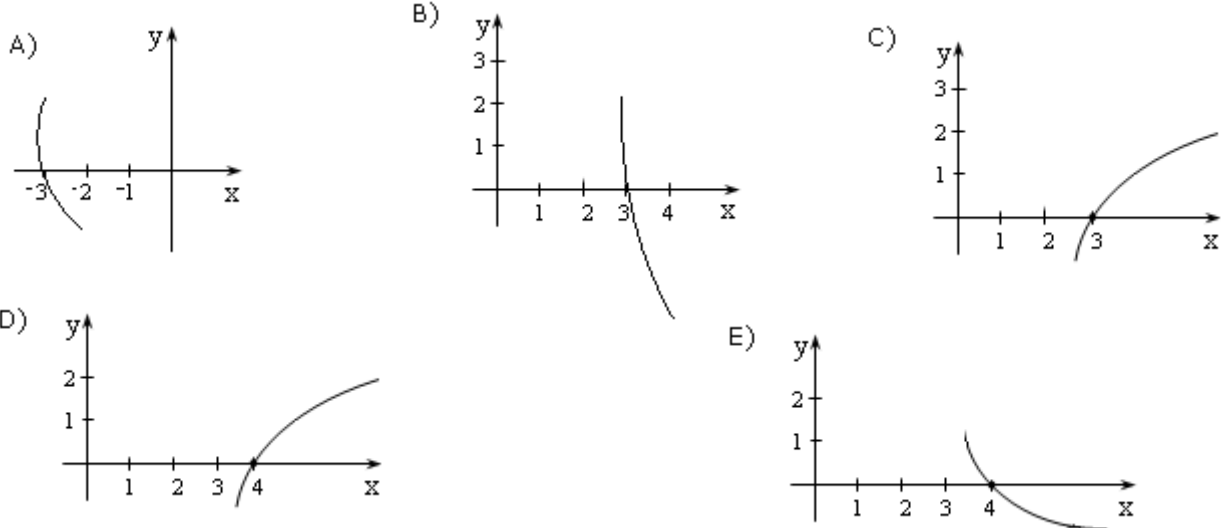
Determine ¿cuál(es) es (son) verdadera(s)?

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

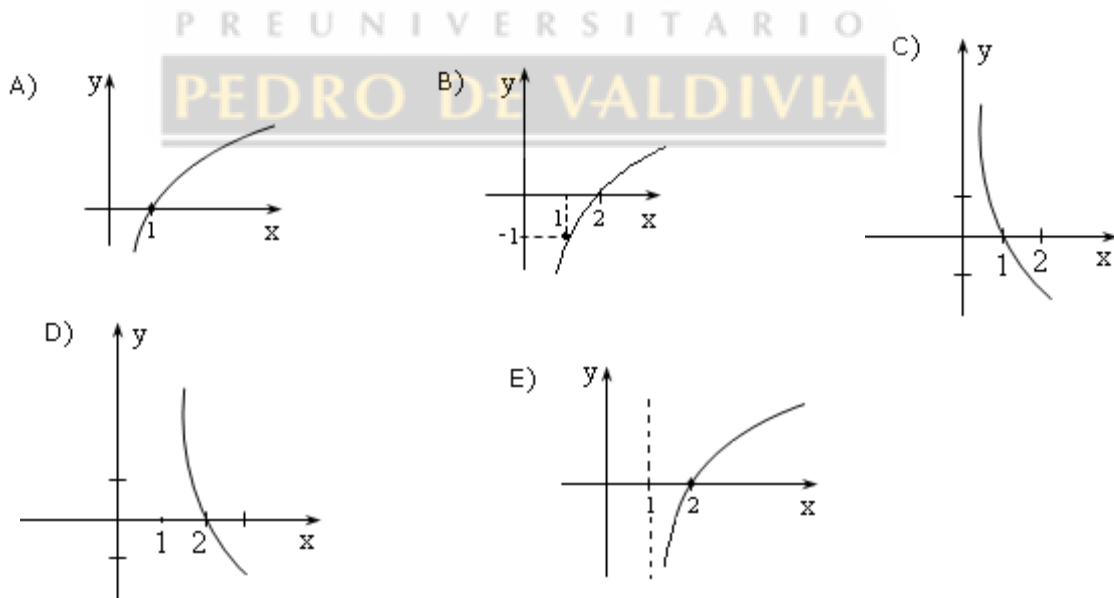
14. Si  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $\log_a 8 = -3$  y  $\log_8 x = a$ , entonces  $x$  es

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- B)  $\sqrt{2}$
- C)  $2\sqrt{2}$
- D) 2
- E)  $\frac{1}{2}$

15. ¿Cuál de las siguientes figuras representa al gráfico de la función  $h(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x - 3)$ ?

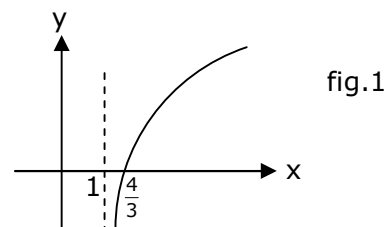


16. Dada la función  $f(x) = \log_2(x - 1)$ , su representación gráfica es



17. El gráfico de la figura 1 representa la función

- A)  $y = \log_2 3x - 1$
- B)  $y = \log(3x - 1)$
- C)  $y = \log_2(3x + 1)$
- D)  $y = \log(3x - 3)$
- E)  $y = \log_2(3x - 1)$



18. Si  $h(x) = \log_{(x-3)}(15+x)$ , entonces  $h(12) =$

- A)  $-\frac{3}{2}$
- B)  $-\frac{2}{3}$
- C) 3
- D)  $\frac{1}{3}$
- E)  $\frac{3}{2}$

19. Respecto a la función  $g(x) = \log_{\frac{1}{3}}(2x-3)$ , ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) **falsas(s)**?

I)  $g\left(\frac{3}{2}\right) = 0$

II) Intersecta al eje x en  $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ .

III) La imagen de 6 es -2.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

20. Si  $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ , entonces  $\log_2 a^x - \log_2 b^x =$

- A)  $-\frac{1}{x}$
- B)  $\frac{1}{x}$
- C) -x
- D) 1
- E) -1

21. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) verdadera(s)?

- I)  $\log a^p - \log a^q = (p - q) \log a$
- II)  $1 + \log_a b = \log_a ab$
- III)  $\frac{1}{2} \log a + c = \log \sqrt{a + c}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

22. Si  $\log_5 2 \sim 0,4$  y  $\log_5 3 \sim 0,7$ , entonces  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{2}{3}$  es

- A) - 0,3
- B) -1,1
- C) 0,3
- D) 1,1
- E) 0,28

23. Si  $4 \log a = 1$ , entonces  $\log \sqrt{a} =$

- A)  $\frac{1}{4}$
- B)  $\frac{1}{2}$
- C)  $\frac{1}{8}$
- D)  $\frac{1}{16}$
- E) 2

24. Si  $\log 25 = p$ , entonces  $\log 2$  es

- A)  $\frac{2 - p}{2}$
- B)  $\frac{2 + p}{2}$
- C)  $\frac{p}{2}$
- D)  $\frac{2p}{25}$
- E)  $\frac{5}{2} p$

25. Si  $\log m^2 + \log 4x = 2 - 3\log y$ , entonces  $m =$

- A)  $\frac{1}{2\sqrt{xy}}$
- B)  $\frac{25}{y^3x}$
- C)  $\frac{100}{y\sqrt{xy}}$
- D)  $-12xy$
- E)  $\frac{5}{y\sqrt{xy}}$

26. Se puede determinar el valor numérico de la expresión real  $b \cdot \log c \cdot \log \sqrt[b]{c}$  si:

- (1)  $b = c^{-1}$
- (2)  $\log c = 2$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

27. Se puede determinar el valor numérico de la expresión real  $\log a - \log b$  si se conoce:

- (1)  $\log(a \cdot b)$
- (2)  $\log \sqrt{ab^3}$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

28. El gráfico de la función real  $f(x) = \log_{a^k} x$  es decreciente si:

- (1)  $0 < a < 1$  y  $k < 0$
- (2)  $a > 1$  y  $k < 0$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



29. Si  $a^b = b^c$ , entonces se puede determinar el valor de  $\frac{b}{c}$  si se conoce:

(1)  $\log_a b$

(2)  $\frac{b}{a}$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

30. Si  $f(x) = \log_a x$  con  $a > 0$ . Se puede determinar que  $f(x)$  es una función creciente si:

(1)  $0 < a < 2$

(2)  $1 < a$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

**RESPUESTAS**

**EJERCICIOS PÁG. 9**

Ejemplos Págs.	1	2	3	4	5	6	7
1 y 2	D	E	B	A	B		
3 y 4	D	D	B	A	D	A	E
5 y 6	D	A	D	E	A		
7 y 8	B	E	D	B			

1. D	7. E	13. E	19. C	25. E
2. E	8. E	14. C	20. C	26. B
3. A	9. C	15. E	21. C	27. C
4. C	10. B	16. E	22. C	28. B
5. E	11. A	17. D	23. C	29. A
6. D	12. D	18. E	24. A	30. B

**DMDOMA29**

**Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web**  
<http://www.pedrovaldivia.cl/>