

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA N° 28

UNIDAD: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES
COMBINATORIA

TÉCNICAS DE CONTEO

Principio Multiplicativo: Si un determinado suceso ocurre en k etapas distintas, en donde la primera etapa puede ocurrir de n_1 maneras diferentes, la segunda de n_2 maneras diferentes y así sucesivamente, entonces el número total de maneras en que ocurre el suceso está dado por $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$

Principio Aditivo: Si dado un determinado suceso que tiene formas alternativas de llevarse a cabo, donde la primera de esas alternativas puede realizarse de n_1 maneras, la segunda alternativa puede realizarse de n_2 maneras, y así sucesivamente, hasta la última alternativa que puede realizarse de n_k maneras, entonces el número total de maneras en que ocurre este suceso es $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$

EJEMPLOS

- Si Don Tulio dispone de 5 autos y 3 camionetas, entonces ¿de cuántas maneras diferentes puede movilizarse un día cualquiera?
A) 25
B) 20
C) 15
D) 9
E) 8
- En un concurso de televisión, participan cuatro competidores en la etapa final. Si los premios son sólo para el primer y segundo lugar, ¿de cuántas maneras distintas pueden ser repartidos los premios?
A) 2
B) 4
C) 7
D) 12
E) 24
- En un centro comercial todos los LCD están con descuento. Aprovechando esta oferta, Patricio decide comprar uno, pero debe elegir entre las siguientes marcas: Sony, Samsung, LG y Panasonic. El LCD Sony se encuentra en 4 tamaños y 2 colores, el Samsung está en 5 tamaños y 3 colores, el LG está en 2 tamaños y 3 colores y el LCD, Panasonic está en 7 tamaños y un solo color. ¿De cuántas maneras puede comprar su LCD Patricio?
A) 4
B) 9
C) 24
D) 36
E) 162

FACTORIALES

La expresión $n!$ se lee, **factorial de n** o **n factorial**.

Definición: Sea n un número natural. Se llama factorial de n al producto de los n primeros números naturales. Es así que:

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \quad \text{o bien}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 2) \cdot (n - 1) \cdot n$$

Se define $0! = 1$

Las siguientes identidades expresan el significado de factorial n :

$$1! = 1, \quad 2! = 1 \cdot 2 = 2, \quad 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6, \quad 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

PROPIEDADES

- | | |
|--------------------------------|------------------------------|
| 1) $n! = n(n - 1)!$ | 3) $\frac{n!}{n} = (n - 1)!$ |
| 2) $x! = n! \Rightarrow x = n$ | 4) $\frac{n!}{(n - 1)!} = n$ |

EJEMPLOS

1. ¿Cuál es el valor de $\frac{15!}{13! \cdot 2!}$?

- A) 2.730
- B) 1.365
- C) 210
- D) 105
- E) 52,5

2. El valor de $\frac{10! + 9!}{10! - 9!}$ es

- A) 11
- B) 9
- C) 2
- D) $\frac{11}{10}$
- E) $\frac{11}{9}$

Variaciones o arreglos simples: Son los diferentes grupos o conjuntos que se pueden formar con **n** elementos de modo que cada grupo tenga **r** elementos.

La variación de **n** elementos tomados de **r en r** está dado por:

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Permutaciones simples: Son los grupos o conjuntos que se pueden formar con **n** elementos, de modo que cada uno tenga **n** elementos.

El número de permutaciones de **n** elementos está dado por

$$P(n) = n!$$

Permutaciones circulares: El número de maneras en que se pueden colocar **n** elementos diferentes a lo largo de una circunferencia está dado por:

$$P_{\text{circul}} = (n - 1)!$$

OBSERVACIÓN: Tanto en permutaciones como en variaciones **interesa el orden de los elementos.**

EJEMPLOS

- ¿De cuántas maneras distintas se pueden ordenar 4 personas en una fila?
A) 4
B) 16
C) 24
D) 64
E) 216
- Un grupo de 5 amigos, suben a un automóvil, si sólo uno de ellos sabe conducir. ¿De cuántas formas distintas se pueden distribuir en el interior del automóvil?
A) 5
B) 10
C) 24
D) 120
E) 625

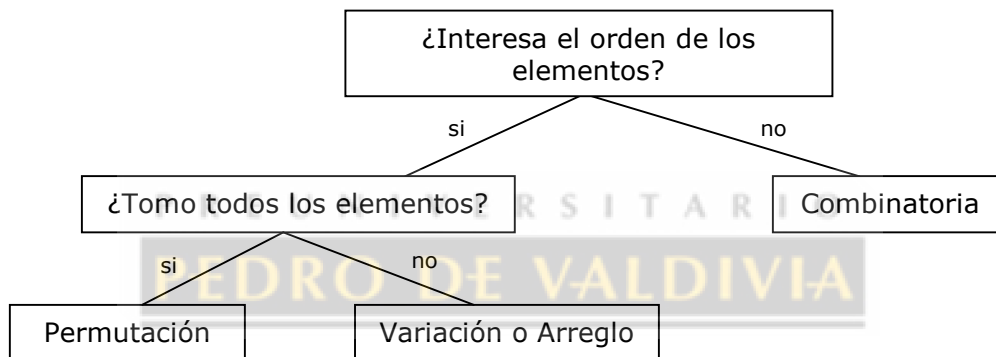
3. ¿Cuál es el valor de V_5^7 ?
- A) 5.040
 - B) 2.520
 - C) 1.760
 - D) 35
 - E) Ninguna de las anteriores
4. ¿Cuántos números de 3 cifras distintas se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
- A) 9
 - B) 9!
 - C) 504
 - D) 3024
 - E) 9^9
5. ¿Cuántas palabras con sentido o sin él, se pueden formar con todas las letras de la palabra CAMPEON?
- A) 7
 - B) 840
 - C) 2.520
 - D) 5.040
 - E) 40.320
6. Una comisión de 16 delegados de la sociedad Negro y Negro debe escoger su directiva, conformada por un presidente, un vicepresidente, un secretario y un vocero. Si el cargo de presidente es para el socio con mayor cantidad de acciones, ¿de cuantas maneras se puede conformar tal directiva?
- A) V_4^{16}
 - B) V_3^{16}
 - C) V_4^{15}
 - D) V_3^{15}
 - E) V_5^{16}

Combinaciones: Son los diferentes grupos que se pueden formar con **n** elementos de modo que cada grupo tenga **r** elementos, **no interesando el orden de estos**.

El número de combinaciones de **n** elementos tomados de **r** en **r** está dado por la fórmula

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

Cuadro resumen



EJEMPLOS

1. ¿Cuál es el valor de C_7^9 ?

- A) 16
- B) 36
- C) 63
- D) 72
- E) Ninguna de las anteriores

2. Cuatro amigos deciden organizar un campeonato de tenis. En la primera fase se han de enfrentar todos entre sí. ¿Cuántos partidos se deben realizar?

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 12
- E) 24

3. ¿Cuántos saludos se pueden intercambiar entre sí 12 personas, si cada una sólo saluda una vez a cada una de las otras?

- A) 11
- B) 12
- C) 24
- D) 66
- E) 144

4. Si en una caja hay 8 corbatas, ¿de cuántas formas se pueden escoger 5 corbatas?

- A) 13
- B) 40
- C) 56
- D) 168
- E) 336

5. Al unir cinco vértices de un heptágono, ¿cuántos pentágonos se pueden obtener?

- A) 5
- B) 21
- C) 35
- D) 42
- E) 105

EJERCICIOS

1. Usando todas las letras de la palabra CORTINA, ¿cuántas palabras con o sin sentido se pueden formar?
A) 49
B) 128
C) 1.260
D) 2.520
E) 5.040
2. Si se usan los dígitos $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar sin que se repitan los dígitos?
A) 21
B) 128
C) 210
D) 343
E) 5.040
3. ¿De cuántas maneras distintas pueden distribuir cinco personas alrededor de una mesa circular?
A) 5
B) 10
C) 15
D) 24
E) 25
4. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar cuatro niños en una fila?
A) 4
B) 8
C) 12
D) 16
E) 24
5. Para el aniversario del colegio CCSS se realizan alianzas. El curso de Juan Luis decide hacer una bandera con tres franjas horizontales de igual tamaño y distinto color. ¿Cuántas banderas distintas se podrán formar con los siete colores del arcoíris?
A) 7
B) 21
C) 35
D) 336
E) 504

6. ¿De cuántas maneras distintas se pueden ordenar cuatro libros de física, tres de química y cinco de matemática en un estante lineal, si los libros de cada asignatura deben estar siempre juntos?

- A) $4! \cdot 3! \cdot 5!$
- B) $4! \cdot 3! \cdot 5! \cdot 3!$
- C) $4! \cdot 3! \cdot 5! \cdot 3$
- D) $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3$
- E) $12!$

7. En un curso se crea un comité formado por 7 alumnos. ¿De cuántas maneras se pueden completar los puestos de presidente, vicepresidente, secretario y tesorero en dicho comité?

- A) 28
- B) 35
- C) 840
- D) 1.680
- E) 5.040

8. Si se forman palabras de 5 letras (sin importar que carezcan de significado), con las letras de la palabra PROTEGIDA, entonces ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

- I) 120 palabras sólo contienen consonantes.
- II) 720 palabras comienzan con dos vocales consecutivas.
- III) 210 palabras comienzan con R y terminan en E.

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

9. En una canasta hay una docena de manzanas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede escoger 3 manzanas?

- A) 220
- B) 110
- C) 36
- D) 440
- E) 20.736

10. Si el número de combinaciones de n objetos tomados de dos en dos es igual a 36, ¿cuál es el valor de n ?

- A) 3
- B) 6
- C) 9
- D) 12
- E) 18

11. Se tienen que repartir 2 premios entre 10 alumnos. Si ambos premios no pueden ser concedidos a un mismo alumno, ¿de cuántas maneras se pueden repartir?

- A) 20
- B) 30
- C) 45
- D) 90
- E) 180

12. En una pared se deben colocar 7 cuadros de distinto tamaño en línea, de modo que el más grande debe ubicarse en el centro. ¿De cuántas maneras se puede hacer esto?

- A) 360
- B) 720
- C) 1.440
- D) 2.520
- E) 5.040

13. Siete libros (todos con tapas de distintos colores) se deben ubicar uno al lado del otro en un estante. Si el libro de tapa roja se debe colocar en uno de los extremos, y el libro de tapa verde en el otro extremo, ¿de cuántas maneras se pueden ubicar los libros?

- A) 35
- B) 120
- C) 240
- D) 720
- E) 1.440

14. Dominguito pertenece a un curso que tiene 15 alumnos. Si se debe escoger 3 representantes de este curso, pero uno de los elegidos debe ser Dominguito, ¿de cuántas maneras se pueden escoger los 3 representantes?

- A) 91
- B) 182
- C) 210
- D) 364
- E) 2.730

15. ¿Cuántas palabras con o sin sentido se pueden hacer con todas las letras de la palabra RANA?

- A) 3
- B) 6
- C) 12
- D) 24
- E) 48

16. ¿De cuántas formas se pueden repartir 2 premios entre 25 personas, si se sabe que ambos pueden ser concedidos a una misma persona?

- A) 2^{25} formas
- B) 25 formas
- C) 50 formas
- D) 600 formas
- E) 625 formas

17. ¿De cuántas maneras diferentes se puede escoger un comité por dos hombres y tres mujeres, de un grupo de cuatro hombres y cinco mujeres?

- A) 90
- B) 80
- C) 72
- D) 60
- E) 45

18. El siguiente esquema representa 5 ciudades y las carreteras que las unen. ¿De cuántas formas diferentes se puede viajar de la ciudad A a la ciudad B si no está permitido retroceder?

- A) 17
- B) 21
- C) 30
- D) 32
- E) 45

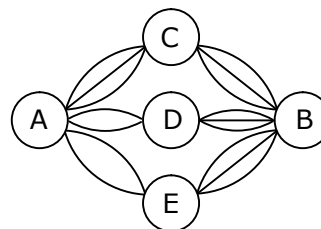


fig. 1

19. Cinco turistas llegan a un pueblo en el que hay 6 hoteles. ¿De cuántas maneras pueden hospedarse si lo deben hacer de modo que deben estar cada uno en hoteles diferentes?
- A) 24
B) 30
C) 60
D) 120
E) 720
20. ¿De cuántas maneras posibles se pueden sentar tres niños y dos niñas en una fila de butacas de un cine, si las niñas y los niños deben estar siempre juntos?
- A) $3! \cdot 2!$
B) $3! \cdot 2! \cdot 2!$
C) $3! \cdot 2! \cdot 3!$
D) $5!$
E) 6
21. Como respuesta a un anuncio de trabajo se presentan 8 personas para cinco cupos. ¿De cuántas maneras distintas se pueden completar los cupos?
- A) 336
B) 56
C) 40
D) $5!$
E) $8!$
22. ¿Cuántos triángulos distintos se pueden formar con los ocho vértices de un octágono regular?
- A) 336
B) 168
C) 112
D) 56
E) 28
23. Al lanzar seis monedas al aire, ¿de cuántas formas pueden salir exactamente tres caras y tres sellos?
- A) 10
B) 15
C) 20
D) 25
E) 30

24. Se puede saber el número de formas que se puede repartir dos premios en un grupo de personas si:
- (1) El grupo está conformado por dos hombres y tres mujeres
 - (2) Una persona no puede recibir los dos premios
- A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional
25. Se puede saber el número de formas distintas que se pueden distribuir **alrededor** de una mesa un grupo de cinco personas si:
- (1) La mesa tiene forma circular
 - (2) La mesa tiene dispuesta seis sillas.
- A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional

PREUNIVERSITARIO
PEDRO DE VALDIVIA
RESPUESTAS

Ejemplo Pág.	1	2	3	4	5	6
1	E	D	D			
2	D	E				
3 y 4	C	C	B	C	D	D
5 y 6	B	B	D	C	B	

EJERCICIOS PÁG.

1. E	6. B	11. D	16. E	21. B
2. C	7. C	12. B	17. D	22. D
3. D	8. C	13. C	18. B	23. C
4. E	9. A	14. A	19. E	24. C
5. C	10. C	15. C	20. B	25. B

DMDOMAT-36

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
<http://www.pedrodevaldivia.cl/>